

## Oyun teorisi: Ders 16 Transkript

31 Ekim 2007

**Profesör Ben Polak:** Geçen sefer yaptığımız şeydu: bir piyasada yerleşik firma ve girmek isteyen firmanın olduğu bir oyuna baktık. Ve girmek isteyen piyasaya girip girmeyeceğine karar vermeliydi ve eğer dışarıda kalsaydı yerleşik firma monopolcü olarak kalacaktı ve monopolcü de 3 milyon dolar kar yapıyordu. Eğer firma girmeye karar verirse, yerleşik firma girene uyum sağlayabilir ve düopol karına, her biri için 1 milyona razı olabilir veya yerleşik firma savaşabilir, bu durumda da yerleşik firma hiç kar etmez ve giren firma 1 milyon zarar eder. Oyun hakkında bir sürü şey ortaya çıkarmıştık. Biri şeydu bunu matris şekliyle analiz ettiğimizde çok hızlı bir şekilde 2 Nash dengesi olduğunu bulduk, bu Nash dengeleri şunlardı: gir ve savaşma ve girme ve savaş.

Ama biz geriye dönük çıkarımın bize makul yanıtın gir ve savaşma olduğunu gösterdiğini ortaya koyduk. Bir kez yerleşik firma rakibin girdiğini bilirse savaşmaz çünkü 1 sıfırdan büyüktür ve bunu öngören rakip girecektir. Biraz daha konuştuğumuzda bu diğer dengenin, bu girme ve savaş dengesinin – bu bir denge çünkü eğer rakip yerleşik firmanın savaşacağını düşünürse o zaman girmeyecektir ve eğer gerçekten rakip dışarıda kalırsa yerleşik firma için savaşmanın maliyeti yoktur çünkü zaten savaşmaya sıra gelmez.

Yani bunun fikri şeydu yerleşik firmanın savaşacağını demesi “inanılır olmayan tehdittir”. Bu berbat bir İngilizce. Bu ders kitaplarında hep öğretildiği gibi. Buna aslında “not credible” tehdit demek gerekirdi. Ve bu inanılır olmayan tehdit şudur: eğer rakip girerse savaşmayacak ve bu yüzden rakip girmeli ve esasında yerleşik firma buna uyacaktır. Yani burada göstermiş olduğumuz şu, eğer bu argümana inanırsak, o zaman rakip girecek ve yerleşik firma buna izin verecek. Sonlara doğru bunu biraz daha gelişmiş bir mahalde konuşmaya başlamıştık, hadi size bu daha gelişmiş mahalin ne olduğunu hatırlatalım.

Daha gelişmiş mahal şu, diyelim ki bir firma var, bir monopolcü ve bu 10 farklı piyasada tekele sahip. Bizim monopolümüz Ali olacak. İşte Ali. Bizim monopolümüz o ve on farklı piyasada pizzacı monopolleri var. Ve bu on piyasanın her birisi ayrı, farklı şehirlerde. Ve bu on piyasanın her birinde düşünüyor ki – biliyor ki bir rakiple karşılaşacak ve bu rakipler sıra ile girecekler. Hadi bu rakiplerin kimler olacağını konuşalım. Giriş yapanlar bu kişi, bu kişi vesaire olacak. Onların kimler olduklarını öğrenelim, yani sizin isminiz?

**Öğrenci:** Isabella

**Profesör Ben Polak:** Nerelisin?

**Öğrenci:** Miami.

**Profesör Ben Polak:** Miami, yani piyasalardan birisi Miami. Sizin isminiz nedir?

**Öğrenci:** Scott.

**Profesör Ben Polak:** Nereden?

**Öğrenci:** Wisconsin

**Profesör Ben Polak:** Wisconsin'de nereden?

**Öğrenci:** Madison.

**Profesör Ben Polak:** Madison: iki şehrimiz oldu. Şimdi sadece şehirleri yapacağız.

**Öğrenci:** Benim adım Lang, ben Bridgeport, Connecticut'tanım.

**Profesör Ben Polak:** Tamam, üç şehrimiz oldu.

**Öğrenci:** Ben de Miami'liyim.

**Profesör Ben Polak:** Bir de Yale çeşitliliğinden bahsederler. Sen başka bir yerdenmişsin gibi davranacağız. Onu New Orleans gibi bir yere koyalım.

**Öğrenci:** Boston'dan Chris.

**Profesör Ben Polak:** Boston, pekâlâ.

**Öğrenci:** Orange, Connecticut'tan.

**Profesör Ben Polak:** Orange, Connecticut'tan yani hemen şurası.

**Öğrenci:** St. Louis, Missouri.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, 10'a ulaşmadık mı daha? Daha on olmadım. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

**Öğrenci:** Saffron, New York.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ.

**Öğrenci:** Hong Kong.

**Profesör Ben Polak:** Hong Kong, bu bayağı uzak.

**Öğrenci:** Long Island.

**Profesör Ben Polak:** Long Island. Sanırım burada 10 piyasam oldu. Yani Ali pizza dükkânına sahip. Bu 10 piyasanın her birinde monopol pizza dükkânı var. Ve göreğimiz şey, bu rakipler ardışık olarak girmeye çalıştıklarında neler olduğunu göreğiz. Bu oyun şöyle işleyecek bunlar sıralanmışlar – rakiplerin hangi sıra ile geleceklerini biliyoruz. Başlayacaklar, karar vermek zorunda olan ilk kişi –

**Öğrenci:** Gir. Isabella.

**Profesör Ben Polak:** Isabella değil mi? Monopolümüzün nasıl tepki vereceğiniz göreğiz. Hadi buna bir bakalım. Yani Isabella, hangi piyasadaydı yine?

**Öğrenci:** Miami.

**Profesör Ben Polak:** Miami’de, tamam sen ne yapacaksın?

**Öğrenci:** Savaşacağım.

**Profesör Ben Polak:** Aman tanrım, yani bana 1 milyon dolar borçlusun. Yani bir kişi 1 milyon kaybetti, bakalım bir sonrakinde ne olacak.

**Öğrenci:** Ben dışarıda kalacağım.

**Profesör Ben Polak:** Hangi piyasaydı bu?

**Öğrenci:** Scott. Madison.

**Profesör Ben Polak:** Madison dışarıda kaldı.

**Öğrenci:** Ben dışarıda kalacağım

**Profesör Ben Polak:** Dışarıda. Bridgeport dışarıda kaldı.

**Öğrenci:** Sanırım ben dışarıda kalacağım..

**Profesör Ben Polak:** Yine dışarıda kaldı.

**Öğrenci:** Dışarıda kalırım.

**Profesör Ben Polak:** Hangi piyasadayız şimdi, Orange County’de bir yerlerde değil mi? Neredeydik?

**Öğrenci:** Orange, Connecticut. Dışarıda kalırım.

**Profesör Ben Polak:** Dışarıda kaldı.

**Öğrenci:** Sanırım ben içeride kalırım.

**Profesör Ben Polak:** Sen giriyorsun tamam ve bu hangi piyasaydı?

**Öğrenci:** St. Louis Missouri.

**Profesör Ben Polak:** St. Louis, Missouri. Yani sen de bana bir milyon dolar borçlusun tamam mı? Birkaç milyon dolar iyi bir derstir. Öğlen yemeği için çokça paramız olacak.

**Öğrenci:** Ben de savaşıcağım.

**Profesör Ben Polak:** Sen de savaşacaksın, hangi piyasaydı bu?

**Öğrenci:** Saffron, New York.

**Profesör Ben Polak:** Nereden?

**Öğrenci:** Saffron.

**Profesör Ben Polak:** Saffron, New York. Neredeydik biz? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Ali?

**Öğrenci:** Savaş.

**Profesör Ben Polak:** Savaşyorsun? Yani sen de bana bir milyon dolar borçlusun. Bu sekizdi, dokuz?

**Öğrenci:** Dışarıda.

**Profesör Ben Polak:** Dışarıda ve on?

**Öğrenci:** Dışarıda kalırım.

**Profesör Ben Polak:** Dışarıda, peki. Şimdi burada bir şeyi fark edelim, onuncu piyasa kimdi? Sen hangi şehirdin?

**Öğrenci:** Long Island.

**Profesör Ben Polak:** Long Island'ın ne tarafından?

**Öğrenci:** Huntington.

**Profesör Ben Polak:** Eğer Huntington, Long Island bizim son piyasamız girmiş olsaydı, diyelim ki sen girdim dedin, Ali ne söylemiş olacaktı?

**Asistan:** Savaşmayacaktım.

**Profesör Ben Polak:** Savaşmayacaktı, işte bu! Peki, burada ne oldu? Bunu geçen sefer bireysel bir piyasa olarak incelediğimizde, her rakibin ilk firmamızın yaptığı gibi içeri gireceğini ve monopolün savaşmayacağını ortaya koymuştuk. Tahtada böyle yazıyor. Bu geriye dönük çıkarımın önerisi. Ama gerçekte, Ali savaştı. Birçok kişi girdi ve daha da çoğu dışarıda kaldı, doğru mu? Şimdi, neden? Neden Ali bu arkadaşlarla savaşıyordu ve neden onlar dışarıda kalıyordu? Neden olduğunu konuşalım ve hangi piyasaydın tekrar?

**Öğrenci:** Madison, Wisconsin.

**Profesör Ben Polak:** Peki, neden Madison, Wisconsin dışarıda kaldı?

**Öğrenci:** En son bununla ilgili konuşmuştuk savaşmak için bir teşviki olduğunu çünkü yukarıda yaptığımız analizden fazlası var, insanları dışarıda tutmak için savaşacağını kabul etmek anlamında.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, yani sizi dışarıda tutmak için bir nedeni olabilir. Hadi bunla ilgili biraz daha konuşalım, üçüncü arkadaşına gidelim. Sen hangi piyasaydın?

**Öğrenci:** Bridgeport.

**Profesör Ben Polak:** Bridgeport, sen niye dışarıda kaldın?

**Öğrenci:** Çünkü savaşacağını biliyordum.

**Profesör Ben Polak:** Savaşacağını biliyordun. Şimdi onun savaşacağını nereden biliyordun?

**Öğrenci:** Çünkü oluşturmak için teşviki var, her bir piyasa için savaşacağı halini oluşturdu ve yani ben kaybedecektim.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, yani biliyoruz – bildiğimizi düşünüyoruz ki Ali bir – o bir sert İtalyan pizzacı sahibi ve onun ne oluşturmaya çalıştığını düşünüyoruz: bu arkadaşlarla savaşarak sert olduğuna dair itibar/şöhret sağlamaya (reputation) çalıştığı için, belki de başlangıçta birkaçıyla savaşıp diğerlerini dışarıda tutmak için. Gerçekten de birinci kişiyle savaşmak zorunda kaldı ama 2, 3, 4, 5, 6'yı dışarıda tuttu ve bu kişi geldi, yani 7 ve 8 geldi, ama sonra 9 ve 10 dışarıda kaldı. Yani başlarda savaşarak birçok kişiyi piyasa dışında tuttu. Şimdi bu argüman kulağa doğru geliyor: doğru gibi ses veriyor. Bu itibar sağlamak konusunda, ama şimdi bu argümanla ilgili bir endişe olduğunu göstermek istiyorum.

Endişe şu ki bu bir ardışık oyun ve sınıfta gördüğümüz mükemmel bilgili tüm ardışık oyunlar gibi, bu oyunu nasıl analiz etmeliyiz? Şimdi bu yeterince sesli değildi, nasıl? Geri dönük çıkarım. Peki, geri nerede? Bu oyunun gerisi nerede? Ta burada – balkondaki arkadaşlar üzgünüm. Ta burada en sonuncu piyasamız var – son piyasa hangisiydi? Ve eğer bu son piyasaya bakarsak, aslında şunu görürdük eğer son piyasa girerse, Ali aslında teslim olacaktı. Peki, şimdi neden Ali son piyasada teslim oldu? Hadi tahtaya bir bakalım. Tahtada bu son piyasanın neye benzediğini görebiliriz.

On piyasa ile bu çok karışık bir oyun. Bu birinci piyasa olmalı ve sonra ilk piyasada Ali'nin ne yaptığına bağlı olarak ikinci piyasanın 3 değişik versiyonu vardır ve üçüncü piyasanın 9 versiyonu vardır. Bu oyunun ağacı kâbus gibidir. Ama yine de, oyunun sonuna geldiğimizde, onuncu piyasada – neydi bu? Bridgeport gibi bir şeydi, nerede olduğunu unuttum şimdi – her neredeyse. Bir kez o sonuncu piyasaya geldiğimizde bu ağaç son piyasayı oldukça iyi tanımlıyor, doğru mu? Bundan sonra başka piyasa yok. Sadece 10 piyasa var. Yani bu sonuncu piyasada Ali'nin ne yapacağı konusunda ne biliyoruz? Bu sonuncu piyasada eğer rakip girerse Ali savaşmayacak, bu gerçekten de Ali'nin yaptığı şeydi. Ali bu doğru mu? Yani biz onuncu arkadaşın gelişini ele aldığımızda, sen ne seçmiştin?

**Asistan:** Savaşmamayı seçerdim.

**Profesör Ben Polak:** Savaşmamayı seçerdi. Bu tam olarak modelin öngördüğü şey. On birinci piyasa için itibar oluşturmaya teşviki yok çünkü on birinci piyasa yok. Onda işi bitiyor. Doğru mu? Yani biliyoruz ki sonuncu piyasada, onuncu piyasada, Ali gerçekten de savaşmayacak. Yani onuncu piyasada rakibi olan kişi güvenli bir şekilde girebileceğini ve Ali'nin savaşmayacağını biliyor olmalıydı. Ama şimdi başımız dertte. Neden başımız dertte? Hadi dokuzuncu piyasaya, sondan bir önceki piyasaya dönelim. Nerede olduğunu unuttum. Elini kaldır, sondan bir önceki piyasa. Tamam, sondan bir önceki piyasa bu arkadaş? Sen onuncu piyasa mıydın?

Yani Hong Kong piyasası olan bu arkadaş, sondan bir önceki piyasa olduğunu biliyor olmalı. Biliyor ki o ne yaparsa yapsın onuncu piyasa girecek ve Ali onuncu piyasada teslim olacak. Ali onuncu rakibin girmesine izin verecek. Doğru mu? Yani dokuzuncu piyasa aslında biliyor ki burada Ali'nin yapacağı hiçbir şey onuncu rakibi dışarıda tutmak için itibar sağlamayacak. Yani bu yüzden gerçekte ne yapmalıydı? Girmeliydi değil mi? Girmeliydi ve gerçekten de eğer girmiş olsaydı, Ali teslim olmak zorunda kalırdı çünkü Ali'nin sonuncu rakibi dışarıda tutma ihtimali yok. Az önce geri dönük çıkarımla onuncu rakibin gireceğini ortaya koyduk.

Onuncu rakibin ne olursa olsun gireceğini bildiğimize göre ve gerçekten Ali ona pes edeceğinden, Ali'nin onuncu arkadaşı korkutmaya çalışmasının bir anlamı yok. Yani aslında Ali dokuzuncu rakibe de savaşma diyecek. Ama şimdi sekizinci rakibe gidiyoruz. Az önce her ne olursa olsun onuncu rakibin gireceğini ve Ali'nin teslim olacağını ortaya çıkardık. Dokuzuncu rakibin girecek olduğunu yani Ali'nin bu

arkadaşa da teslim olacağını ortaya koyduk çünkü onuncu rakibi engelleyemezsiniz. Ve bu yüzden biliyoruz ki sekizinci rakibe geldiğimizde bir kez daha güvenli bir şekilde girebilir çünkü Ali geriye dönük çıkarım ile zaten dokuzuncu ve onuncu rakipleri dışarıda tutamayacağını bilir, yani bu arkadaş ta girmelidir ve bu argümanı en başa kadar sürdürürsek elimize ne geçer? Herkesin girmesine izin verir. Herkes girmeli ve o herkese izin vermeli.

Yani burada bir problemimiz var. Bir problemimiz var. Geriye dönük çıkarım şunu söylüyor, bu on piyasayla bile Ali herkesin girmesine izin vermeli. Herkes bunu bilmeli, yani herkes girmeli. Yani burada bir bağlantı kopukluğu var. Yani teorinin bize söylediğiyle – geriye dönük çıkarımın Ali'nin rakipleri savaşıma tehdidiyle, itibar sağlayarak dışarıda tutamayacağını söylemesi – ve az önce gerçekten gördüğümüz Ali'nin savaştığı ve rakipleri dışarıda tuttuğu arasında bir bağlantı kopukluğu var ve biliyoruz ki bunu başka monopolcüler de yapıyor.

Peki, biz bu itibar fikrini nasıl kuvvetli hale getirebiliriz? Şimdiye kadar derste yaptığımız hiçbir şey tarafından kapsanmıyor. Yani bir algıya göre doğru olanı nasıl geri getirebiliriz – sezgisel olarak Ali'nin savaşarak rakipleri dışarıda tutabileceğini ve bu yüzden dışarıda tutacağını. Bu fikrin işe yaramasını sağlamak için yeni bir fikir ortaya çıkarmak istiyorum. Ve bu yeni fikir şu, çok küçük bir olasılıkla, diyelim ki %1 olasılıkla Ali çılgin. Bir saniye ayağa kalk, normal bir adam gibi görünüyor ama %1 ihtimalle kafadan çatlak. %1 ihtimalle o aslında Rahul.

Hadi analizi tekrar edelim – Ve ben çatlak ile neyi kastediyorum? Kafadan çatlak ile şunu demek istiyorum %1 ihtimalle Ali savaşmayı seven bir adam. Yani %1 ihtimalle gerçekte buradaki getirilere sahip değil, aslında onun bazı farklı getirileri var ki bu getiriler böyle birinin – tamam para kaybedecek – ama o savaşmayı o kadar seviyor ki burada +10 alıyor. Bu çatlak adamın getirileri. Ama sadece %1 ihtimalle o çatlak bir adam.

Peki, şimdi ne olur? Hadi üzerinden gidelim. %1 ihtimalle, eğer sadece 1 piyasa olsaydı, on piyasa yerine. Yani sadece tek bir piyasa var ve bu piyasada şuydu – ismini unutmuşum?

**Öğrenci:** Isabella.

**Profesör Ben Polak:** Isabella hangi piyasadaydı unutmuşum.

**Öğrenci:** Miami.

**Profesör Ben Polak:** Miami'de o zaman Ali'nin %1 ihtimalle gerçekte Rahul olması onu ilgilendirmeyecek. Bu onu çok rahatsız etmeyecek, neden? Çünkü %99 ihtimalle Ali pes edecek ve bu yeterince iyi bir ihtimal oranı (odds). %99 ihtimalle girdiğine memnun olacak. Yani eğer burada tek bir piyasa olsaydı, işi bitirmiş olacaktık. Ama on piyasa ile işler biraz farklı. Neden? Hadi neden olduğunu görelim. Diyelim ki Miami'de Isabella – ve diğer herkes Ali'nin oldukça akli başında bir adam olduğunu

düşünüyor. %99 ihtimalle akli başında bir adam ve Isabella girer ve herkes bunu görür. Ve herkesi şaşırtan bir şekilde, makul olan şeyi yapmak, yani Isabella'nın girmesine izin vermek ve Miami'de düopole geçmek yerine, Isabella girdikten sonra aslında olan şu, Ali savaşı. Tamam, yani şimdi Isabella için çok geç artık, parayı kaybetti, ama ikinci piyasamız, ismin neydi yine?

**Öğrenci:** Scott.

**Profesör Ben Polak:** Scott sen hangi piyasaydın?

**Öğrenci:** Madison.

**Profesör Ben Polak:** Madison'da Scott, Miami'de ne olduğunu gözlemledi ve başlangıçta Ali'nin Ali olduğunu düşünmüştü. %99 olasılıkla Ali bu akli başında, hoş, sakın İtalyan'dı. Ama diğer yandan, az önce bu akli başında, sakın İtalyan'ı geri dönük çıkarım yüzünden savaşmaması gerekirken savaşı halde gördü – Miami'deki rakiple savaştı. Yani şimdi Scott şöyle düşünür: Hım, Ali'nin bu akli başında adam olduğundan o kadar emin değilim. Belki de beklentilerimi/inançlarımı Ali'nin bu çatlak adam olduğu yönünde güncellemeliyim. Yani belki de –belki de Ali'nin çatlak olma olasılığı 1/3 kadar. Yani şöyle düşünür: tamam, olasılık 1/3 yine çok fazla değil, bunu hala risk edebilirim, piyasaya girer ve Ali onunla da savaşı. Bu 1/3 olasılıkla onun akli başında. Bana pes edecek. O da girer – Ali onunla da savaşı. Yani şimdi üçüncü piyasadayız, bu hangi piyasaydı?

**Öğrenci:** Bridgeport.

**Profesör Ben Polak:** Bridgeport. Ve Bridgeport Miami'de süren korkunç savaşı ve Madison'da süren korkunç savaşı görmüştür ve şimdi artık bu hoş, sakın görünümü Ali'nin aslında hoş, sakın görünümü Ali olmadığından oldukça emin. O çılgın Rahul. Onun çılgın Rahul olduğu yönünde bir sürü kanıt var. Son iki piyasada savaşıp büyük kayıplar verdi. Ali savaşmayı seviyor olmalı. Yani o ne yapar? Şöyle der, ben buradan uzakta duracağım. Bu adamın çılgın olabileceğine kani oldum, o yüzden dışarıda kalacağım. Ve tüm geri kalan piyasalar şöyle düşünür: biliyorsun ilk iki piyasada savaştı, bu onun çılgın bir adam olduğu anlamında geliyor veya en azından yüksek bir olasılıkla çılgın bir adam, bu yüzden onlar da dışarıda kalır ki biz buraya gelene kadar tam da bu gerçekleşmişti. Ve burada bile girdiklerinde Ali çılgın Rahul gibi davrandı.

Bu argümanı ihtimal dahili yapan neydi? Bu argümanı ihtimal dahili yapan küçük olasılıktı, %1 olasılıkla Ali'nin çatlak olmasıydı. Ama yani Ali'yi ne kadar iyi tanıyorsunuz ki? %1 ihtimalle çatlak. Kaçınız gerçekte onun akli başında bir adam olduğunu düşünüyorsunuz? İtalyan futbol takımlarını destekliyor, oldukça çılgın olmalı, değil mi? Peki, burada ne oldu? Bu Ali'nin çılgın olabileceğine dair küçük olasılık onun diğerlerini dışarıda tutan bir itibar geliştirmesine izin verdi, ama aslında argüman bundan daha kuvvetli. Hadi bu argümanı daha da zorlamaya çalışalım.



Diyelim ki aslında Ali çılgın değil. Diyelim ki Ali akli başında Ali, hepimizin bildiği ve sevdiği hoş, sakin Ali. Ama az önce ortaya koyduk ki eğer Ali sanki çılgın bir adammış gibi davranırsa o zaman onun çılgın bir adam olduğuna kani olacaksınız, yani çılgın rolü yaparak çılgın olduğuna sizi inandırabilir ve bu yüzden sizi dışarıda tutar. Bundan önce ortaya koyduğumuz gibi, eğer Ali'nin çılgın olma ihtimali biraz varsa, başlarda çılgın rolü yaparak bu daha sonraki rakiplerinin piyasaya girmesini engeller çünkü onlar Rahul'la karşılaştıklarını sanırlar ve Rahul'la savaşmak istemezler.

Ama dedik ki bu başlardaki arkadaşlarda onun akli başında olduğu olasılığı %99 du ve 0,6 olasılıkla akli başındaydı ve belki de hatta 0,5 ile akli başındaydı burada – yani girmeyi düşündüler. Ama şimdi diyoruz ki Ali akli başında olsa bile, bu akli başında adam, rasyonel adam olsa bile, sonrakileri dışarıda tutmak için çılgınmış gibi davranmalı. Ve bu başlardaki arkadaşlar Ali'nin akli başında versiyonunun bile onlarla savaşacağını bilerek dışarıda kalmalılar. Şimdi fark ettiyseniz burada bir şeyler oldu. Ali'nin çılgın olduğunu düşündükleri için dışarıda kalmıyorlar, dışarıda kalıyorlar çünkü biliyorlar ki Ali'nin akli başında versiyonu bile çılgın görünmek için onlarla savaşır, doğru mu? Herkes bunun daha güçlü bir argüman olduğunu görüyor mu?

Yani şimdi bu başlardaki arkadaşlar bile dışarıda kalacaklar. Şimdi sona gelmemize az kaldı. Ortaya çıkardığımız şey – hadi bunun iki parçasının da tahtada olduğundan emin olalım. Dedik ki eğer epsilon, hadi buna %1 olasılık diyelim, olasılık ile Ali çılgınsa, o zaman savaşarak, yani çılgın gibi görünerek, girişleri engelleyebilir. Şunu öne sürdük, bu argümanı kuvvetli yapan şey şuydu, bir kez akli başında olan kişinin çılgın gibi davranacağını anladığımızda, herkesin çılgın gibi davranacağını biliriz ve bu yüzden dışarıda kalmalıyız. Şimdi bu argüman tam olarak doğru olmayacak. Sınav için bu argümanın size verdiğim kadarı yeterli, ama size argümanın tam anlamıyla doğru olmadığını göstereyim. Bu tam olarak bir denge olamaz. Şimdi, neden bir denge olamaz?

Az önce ortaya koyduk ki Ali'nin akli başında versiyonu bile – yani bu bir bakıma biraz daha incelikli bir argüman bu yüzden bir saniye dikkatinizi verin. Ortaya koyduk ki Ali'nin akli başında versiyonu bile çılgın bir adam gibi davranacak. Yani eğer birisi içeri girerse zaten çılgın gibi davranacak. Yani onun çılgın veya akli başında olduğuna yönelik beklentilerinizi güncellemeyeceksiniz çünkü biliyoruz ki çılgın adam savaşacak çünkü savaşmayı seviyor ve akli başında adam savaşacak çünkü çılgın bir adam gibi görünmek istiyor. Yani şimdilik onun savaştığını veya savaşmadığını gözlemleyerek hiçbir şey öğrenmiyorsunuz.

Ama şimdi hadi onuncu piyasamıza geri gidelim, ta onuncu piyasamıza dönelim. Bizim adı Andy olan onuncu piyasa katılımcımız Ali hakkında hiçbir şey öğrenmedi. Hiçbir şey öğrenmiş olmadı çünkü Ali akıllı da olsa çılgın da olsa savaşacaktı. Yani önceden onun aksiyonlarını gözleyerek, eğer bu gerçekten bir denge olsaydı, onuncu

adam beklentisini hiç güncellemeyecekti ve bu yüzden hala Ali'nin %99 ihtimalle akli başında olduğuna inanacaktı, bu durumda da onuncu arkadaşımız girecektir. Bir kez daha bu argüman en sondan sökülecek. Yani daha önce açıkladığım şey tam anlamıyla denge olamaz. Bu, tüm akli başında adamlar çılgın gibi davranır gibi kolay olamaz çünkü o zaman hiçbir şey öğrenmemiş olurdu.

Aslında bu modeldeki dengenin oldukça incelikli olduğu ortaya çıkıyor ve karma stratejiler içeriyor ve karma stratejiler dönemin ilk yarısında yaptığımız bir şeydi, yani şimdi ona geri dönmek istemiyoruz. Yani bana inanın, bunu karma stratejiler ile çözebilirsiniz ve size verdiğim temel fikir doğrudur. Temel fikir şu akli başında adamlar bazen itibar sağlamak amacıyla çılgın adamlar gibi davranırlar ve bu itibar ağacın altlarına doğru işlerine yarar.

Yani bu bir mağazalar zinciri olsa bile insanlar girecekler fikri – Ali'nin on monopolü varken bile insanlar girecekler – meşhur bir fikirdir. Buna Mağaza Zinciri Paradoksu denir ve bu fikir Selten adında Nobel Ödülünü kazanmış bir adama aittir. Bu Mağaza Zinciri Paradoksudur ve bu itibar oluşturma fikri büyük bir fikirdir. Bu fikir bir kez daha şudur insanların aksiyonlarını engellemek, ağacın altlarına doğru insanların aksiyonlarını etkilemek istiyorsanız sanki bir başkasıymışsınız gibi davranmak isteyebilirsiniz. Peki, burada ne öğrenmiş olduk? Hadi bunu çalışarak bitirelim. Öğrendiğimiz ilk şey bir bakıma entel bir noktaydı, ama yine de ortaya koyayım. Ali'nin gerçekte bir başkası – Rahul olabileceğine, çılgın olabileceğine, savaşmayı sevdiğine dair çok, çok küçük bir olasılık, sadece ufacık bir olasılık ortaya sürerek – bu çok küçük olasılık oyunun sonucunu radikal bir değişime uğratar. Eğer biz onun akli başında olduğundan %100 emin olsaydık geriye dönük çıkarım ile bağlanmış olurduk ve piyasalara girişler takip ederdi. Hiç kimseyi dışarıda tutmayı başaramazdı. Ama bu küçük olasılık oldukça farklı bir sonuç elde etmemizi sağlıyor. Burada ortaya koymak istediğim birinci nokta budur.

Bundan çıkarmak istediğim ikinci nokta ise aslında bu itibar fikri. Toplumda itibarın önemli olduğu çok fazla durum vardır ve bunlardan birisi de kavga etme itibarıdır. Kaç tanenizin sigortası kısa olan bir arkadaşı var? Sigortası kısa olan insanlar tanıyorsunuz, değil mi? Dışarı çıktığınızda, bu sigortası kısa insanlarla beraber gideceğiniz bir film seçmek veya bir restoranda kimin sipariş vereceğine karar vermek veya herhangi bir oyun oynarken, bir video oyunu oynarken kimin hangi taraftan olacağına karar vermek. Şunu ileri sürüyorum, bu doğru mu, kısa sigortalı insanların dediği biraz daha sık oluyor, doğru mu?

Eğer kısa sigortalı bir kardeşiniz varsa, genelde daha sık onların dediği olur ve bu tam olarak bu fikirdir. Onların kısa sigortaları var, onların patlamaya ve size karşı öfkelenmeye meyilli oldukları gerçeği onları biraz da olsa avantaj sağlıyor. Ve fark ederseniz belki de hiç kısa sigortaları filan yoktur, belki de kısa sigortaları varmış gibi yapıyorlar çünkü biliyorlar ki onlar sizin gibi yumuşak başlılara karşı daha sık dediklerini yaptıracağız. Hiç birinizin kısa sigortası yok, hepiniz akli başında

insanlarsınız değil mi? Yani bu fikir, aşına olduğunuz bir fikir olmalı, ama bu pazarlık yapmanın önemsiz dünyasında sadece bir fikir değil. Fark ettiyseniz bu itibar fikri hemen her yerde karşımıza çıkıyor.

Ortaya çıktığı bir başka yer, biraz zalim bir yer, rehine müzakereleri konusundadır. Rehine pazarlıkları konusunda, başka bir ülke ABD'den rehine ele geçirdiğinde veya belki de bir suç örgütü ailenizden veya cemiyetinizden bazı fertleri ele geçirdiğinde ve rehine olarak tuttuğunda, çok iyi bilinen bir fikir vardır, bu nedir? Şudur rehinecilerle asla müzakereye girmemelisiniz, doğru mu? Herkes bu fikri duymuş muydu? Rehine alanlarla asla pazarlık yapmamalısınız. Sırf rehine var diye pes etmemelisiniz. Neden?

Bu da aynı fikir: çünkü rehine alanlara karşı pes etmeyen biri olduğunuza dair bir itibar oluşturmak istersiniz ki gelecekteki potansiyel rehinecileri rehine ele geçirmekten alı koyarsınız. Bunun zalim sonuçları olur ama bazen gelecekte akrabalarınızın kaçırılmalarını engellemek şimdi akrabalarınızın parçalar halinde gelmesi maliyetine değer. Yani bu biraz meşum bir versiyonu bu fikrin. Size başka bir versiyonunu vereyim. Ekonomide itibarın can alıcı olduğu geniş alanlar vardır ki eğer insanlar geriye dönük çıkarıma göre, akla uygun teşviklere göre oynarlarsa felaket olur.

Ama burada itibar sahibi olmak sert bir adam itibarına sahip olmak demek değil. Bu iyi biri olma itibarına sahip olmak da olabilir. Tırnak içinde "Doğru şeyi yapmaktan", dürüst davranmaktan keyif alan veya fayda çıkaran biri olma itibarına sahip olmak isteyebilirsiniz. Meslek sahibinin itibarının can alıcı olduğu belli bazı meslekleri düşünün. Doktorlar, örneğin: bir doktorun doğruyu söyleyen birisi olduğu itibarı çok önemlidir. Yoksa o doktora gitmeyi kesersiniz.

Muhasebeciler: muhasebe firmaları dürüstlük itibarlarına dayanırlar ve defterlerde hile yapmamaya. Bu dürüstlük itibarına artık sahip olmadıklarında ise –Enron'daki olaylardan sonra Arthur Anderson'a olanları düşünün – çok çabuk bir şekilde işleri son bulur. Bu örneği birkaç yıl önce verdim ve çok utanç vericiydi çünkü meğer Arthur Anderson dersteymiş – gerçekten Arthur Andersen III sınıftaydı. Yale'de böyle şeyler oluyor. Ama yine de Arthur Anderson itibarına dayanıyordu, firma dürüst bir firma olma itibarına dayanıyordu ve gelecekteki işler için o itibarı korumak amacıyla dürüst davranmaya değerdi.

İtibar çok kocaman bir konu ve benim tahminime göre oyun teorisine verilecek bir sonraki Nobel Ödülü bu fikirden dolayı olacak. Yani bu benim öngörüm. Bunu söyledikten sonra, günün geri kalanını bir oyun oynayarak ve bir oyunu analiz ederek geçirmek istiyorum. Yani şu oyunu oynayacağız ve bunu oynamak için bir çift gönüllüye ihtiyacım var. Yani bazı gönüllüler çekeceğim. Gönüllü olmak isteyen var mı? Bu oyun için iki gönüllüye ihtiyacım var. Benim futbol takımından adamım nasıl, bu kalkmış bir el miydi? Kalkmış bir el değilmiş, benim futbol takımından adamım

nasıl? Futbol takımı mıydı? Beysbol takımı, bu özel oyunda bu adil olmayabilir. Belki de beysbol takımında olmayan birini seçmeliyim. Futbol takımında olan var mı? Bu arkadaşlar, sizler futbol takımından mısınız? Tamam, harika, o zaman siz ikiniz.

Sizleri öne alayım ve isimleriniz nelerdir? Chevy ve Patrick. Chevy ve Patrick bizim gönüllülerimiz olacaklar. Şimdi bu oyunun fikri şu sizler gönüllüler oldunuz – bir saniye burada aşağıda bekleyin – sizler gönüllüler oldunuz. Bu oyun için sizin sağlamış olduğunuz iki gönüllü lazım ve iki ıslak sünger lazım. Islak süngerleri ben sağlayacağım. Burada iki sünger var ve birazdan bunları ıslatacağım ve size kuralların neler olduğunu anlatacağım. Tamam, bu süngerlerin her birini Chevy ve Patrick'e vereceğim ve Chevy ve Patrick'i bu merkez koridorunun her iki ucunda konuşlandıracağım, buradaki koridorun ve oyun şöyle olacak. Herkesin kuralları dinlemesi önemli çünkü birazdan iki gönüllü daha seçeceğim.

Oynayacakları oyun şöyle. Her birinin bir süngeri var. Tek bir süngerleri olması hayatidir. Ve sıra ile hareket edecekler. Ve sıra size geldiğinde, sünger hala elinizde duruyorsa bir seçim ile karşılaşacaksınız. Süngerinizi rakibinize atabilirsiniz ve eğer onu vuruşunuz oyunu kazanırsınız veya ileriye doğru bir adım atabilirsiniz. Yani ya süngeri atarsınız veya ileriye doğru bir adım atarsınız. Şimdi burada önemli bir kural var. Her oyuncunun sadece bir süngeri var, bu süngeri bir kez fırlattıklarında, süngeri geri almayacaklar. Herkes anladı mı bunu? Süngeri bir kez atınca bir daha geri alamayacaksınız.

Yani bir kez daha, eğer süngeri atarsanız ve rakibinizi vurursanız o zaman oyunu kazandınız demektir. Ama eğer süngeri rakibinize fırlatıp ıskalarsanız, oyun devam eder. Bunu anladığımızdan emin olalım eğer süngeri atıp ıskalarsanız oyun devam eder. Hala ileri doğru adım atmak zorundasınız. Yani bu durumda rakibiniz ne yapacaktır? Rakibiniz ne yapacaktır? Hadi bunu Amerikan futbol oyuncularımızın anladığından emin olalım. Bu anlamda söylememiştim. Bunlar futbol oyuncuları da olabilirdi, hadi ama.

**Öğrenci:** Bu çok fazla hoşuma gitmedi.

**Profesör Ben Polak:** Özür dilerim o anlamda söylememiştim. Yani eğer rakibin, Patrick atarsa ve ıskalarsa, sen ne yapacaksın?

**Öğrenci:** Süngeri suratına yapıştırana kadar ilerlerim.

**Profesör Ben Polak:** Harika, ilerlemeye devam edersin ta ki kibarca onu kafasının üstüne bırakıncaya kadar. Herkes anladı mı? Bu aslında atıp ıskalarsanız oyunu kaybettiniz demektir, çünkü diğeri tam önünüze gelinceye kadar bekler ve süngeri kibarca kafanızın üstüne koyar. Şimdi adil olmak için bu süngerlerin aynı ağırlıkta olması lazım ve ağırlıklarını ölçeceğim – şimdi onlara su dökeceğim. Ve – Yale öğrencileri için en iyisi olmalı – size Yale Üniversitesi memba suyu sağlıyorum. Yale

Üniversitesinin bir membası olduğunu bilen var mıydı? Bu biraz garip bir şey. Eğer kendinizi daha iyi hissederseniz bunu Amerikan birası olarak düşünebilirsiniz.

Bunları çok ağır yapmayacağım, kısmen işi kolaylaştırdığından dolayı ve kısmen dava edilmek istemediğimden. Yani bunları şu kablolardan uzak bir yerde sıkacağım . Bunların ağırlıklarını tartmak için bir hakim alacağız buraya, bir mikrofonu ihtiyacım var, bir mikrofon alayım. Bu süngerleri iki elinizde tutun ve bana eşit ağırlıkta olup olmadıklarını söyleyin. Oldukça eşit mi? Tamam, oldukça eşitler, herkes hem fikir. Peki, bu nasıl işleyecek? Mavi süngeri Chevy'ye ve yeşil süngeri Patrick'e vereceğim. Chevy burada duracak ve Patrick onu kameranın alabileceği en uzak noktaya kadar gidecek, ne kadar gidebileceğim bana söylenecek. Çok uzağa gitme. Tamam, Patrick geri gel çok hırslısın. Geri gel. Devam et. Dur. Tamam, buradan başlayacağız – aslında bayağı yakından başlatıyoruz. Herkes bunu nasıl oynayacağımızı anladı mı? Chevy birinci oyuncu, Patrick ikinci oyuncu. Chevy fırlatmaya veya adım atmaya karar verecek.

**Öğrenci:** Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Tamam, şimdi bir saniye oyunu durduralım. Şimdi sıra Patrick'te. Bu noktada Patrick'e tavsiyesi olan var mı? Eğer atmalı diyorsanız elinizi kaldırın. Eğer adım diyorsanız elinizi kaldırın. Atmaktan daha fazla adım var. Bu sene Yale futbol takımının iyi olduğunu düşünüyorum. Senin seçimin, fırlat veya adım at. İki kural daha duyurmalıyım. Bunu söylemiş olmam gerekirdi. Birincisi, adım düzgün bir adım olmalı yani yaklaşık 1 metre ve ikincisi (sanırım bu Amerika'da çalışır) beyler eğilmek yok. Süngerden kaçmak yok tamam mı? Chevy, sıra sende.

**Öğrenci:** Koluma fazla güvenmiyorum. Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, yine adım atıyorsun. Patrick'e gideyim. Kendimi ateş hattında kalmış gibi hissediyorum. Patrick ne yapacaksın?

**Öğrenci:** Ben fırlatacağım.

**Profesör Ben Polak:** Patrick fırlatacak, o zaman gerçekten de önünden çekileceğim. Bunu ağır çekimde göreceğiz.

Devam et, pekâlâ yani bir adım ilerlemelisin, yani Chevy de adım atacak diye farz ediyorum? Patrick ileri adım atacak. Chevy ileri doğru adım atacak. Patrick ileri doğru adım atacak.

Güzel, oyuncularımız için bir alkış, teşekkürler. Sanırım bunu bir kez daha yapmaya zamanımız var ve sonra bunu analiz edeceğiz. İki bayan dahil etmek istiyorum. Diğer türlü çok cinsiyet ayrımcılığı olacak. Sınıftan iki bayan alabilir miyiz lütfen? İki gönüllü,

hadi ama gönüllü olabilirsiniz. Bir gönüllü var. Teşekkür ederim harika. Tamam, harika teşekkürler. İsminiz nedir?

**Öğrenci:** Jessica.

**Profesör Ben Polak:** Jessica ve sizin isminiz?

**Öğrenci:** Clara-Elise

**Profesör Ben Polak:** Clara-Elis ve Jessica. Aynı pozisyonlarda başlayacağız, aynı süngerleri kullanacağız ve size bu pozisyonların nerede olduğunu hatırlatmam lazım. Doğru yere geldiğimde bana tamam işareti var. Güzel, aynı kurallar, Clara-Elise ve Jessica. Jessica'nın birinci oyuncu olmasına izin vereceğiz. Jessica adım atabilirsin veya fırlatabilirsin, ne yapmak istiyorsun?

**Öğrenci:** Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Adım atacak, tamam. Ne güzel bir fikir olurdu biliyor musunuz? Ali neden Clara-Elise'e mikrofon tutmuyorsun? Böylece iki uçta da mikrofonumuz oldu, bir oraya bir buraya koşturmak yerine. Peki, Clara-Elise sen ne yapacaksın?

**Öğrenci:** Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Adım atacaksın. Ali ve ben burada tehlikedeyiz ama neyse. Oylama var mı şimdi? Jessica'nın fırlatması gerektiğini düşünenler? Eğer fırlatması gerektiğini düşünüyorsanız elinizi kaldırın. Büyük bir çoğunluk adım atmayı onayladı. Sana kalmış, ne yapacaksın?

**Öğrenci:** Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Adım atacak tamam. Clara-Elise karar verdin mi? Bu çok hafif bir sünger, fırlatması oldukça zor bir sünger, çünkü bunu görmüştük. Tamam, yine adım atıyor.

**Öğrenci:** Ben fırlatacağım.

**Profesör Ben Polak:** Fırlatacaksın tamam, işte böyle, ben aradan çekileyim.

Tamam, lütfen devam et. Clara-Elise'in sırası

**Öğrenci:** Adım atacağım.

**Profesör Ben Polak:** Adım atacaksın. Jessica adım atmak zorunda, Clara-Elise adım atmalı, pekâlâ güzel.

Oyunun nasıl işlediğini görmüş olduk, herkes oyunun nasıl çalıştığını anladı. Günün geri kalanını bu oyunu analiz ederek geçirmek istiyorum. Bunu yapmadan önce, bu oyunun ne olduğunu konuşmamız gerekir. Birkaç yeni tahta çekeyim aşağıya. Ufak bir duyuru: bunu analiz edeceğim ve günün geri kalanını bunu analiz ederek geçireceğiz, ama bu bayağı zor olacak. Yani muhtemelen yarın bununla ilgili bir bilgi notunu web sitesine koyacağım. Yani şimdi detaylı not almanız gerekmez, ben dikkatinizi vermenizi ve argümanı takip edebiliyor musunuz diye bakmanızı istiyorum.

Bu oyuna düello denir sürpriz olmayan bir şekilde ve sınıfta düelloyla ne işimiz olabilir diye düşünebilirsiniz – tıpkı buradaki meslektaşlarım gibi. Tabii ki buna bir yanıt şu, Amerika'nın gelecekteki liderlerini birbirlerine ıslak sünger atarken seyretmek çok eğlenceli. Bu muhtemelen tek başına yeterli bir neden. Ama başka nedenler de var. Düello gerçek bir oyun. Rus edebiyatı hakkında bilgili olanlarınız daha önce düellolar görmüş olmalı veya en azından düellolar hakkında okumuş olmalı. Rus edebiyatında bazı meşhur düellolar vardır. Rus literatüründen bu meşhur düellolardan bazılarını söylemek isteyen var mı? Hiç Rusça öğrencisi var mı burada? Hayır, kimse bana bir kemik atmak istemiyor. Gerçekten hiç kimse mi? Burası Yale hadi ama.

Peki, Savaş ve Barış nasıl? Savaş ve Barış'ta bunun gibi bir düello var ve Savaş ve Barış'ta sonucun ne olduğunu belli etmeden—aslında kitabın ortalarına doğru ve 800 sayfalık bir kitap, yani tam olarak sonu değil. Ama Savaş ve Barış'ta sanırım şuna inanmaya yönlendirildik, başkahraman Pierre silahını ateşler – şaşırmanın Savaş ve Barış'ta bu bir silahtır sünger değil – silahını çok erken ateşlediğine inandırılırız. Eugene Onegin'de, Pushkin'in Eugene Onegin'inde meşhur bir tane daha vardır ve aslında daha bir sürü var, edebiyatta çok fazla var.

Ayrıca tam olarak edebiyattan olmayan durumlar da var. Bir örnek bisiklet yarışlarından. Kaçınız Tour de France seyretti? Herkes Tour de France ile ne demek istediğimi anlıyor mu? Fransa'da yapılan bir bisiklet yarışı. Safhaları var. Ve tour de France'ta anahtar bir karar var. Oyun içinde bir oyun var ve bu oyun içinde oyun – burada gerçek bir bisikletçi olan Jake'e bakıyorum – ama bu oyun içinde oyun şu ne zaman gruptan ayrılmaya çalışırsınız, buna peloton (Fransızca 'da bisiklet yarışında grup haline gelmiş bisikletçiler) denir. Ve bu pelotondan çok erken ayrılırsanız öyle olur ki bozguna uğrarsınız. Öyle ki uzun vadede peloton sizden daha hızlı gidebilir. Yani çok erken koparsanız sizi yakalarlar.

Diğer yandan, eğer çok geç ayrılırsanız, o zaman kaybedersiniz çünkü peloton da mükemmel sprinter olan bazıları olacaktır. Yani eğer çok geç koparsanız sprinterler yarışı kazanır. Yani pelotondan ne zaman ayrılacağınıza karar vermelisiniz. Bu Tour de France'ta gerçekleşen en önemli ikinci oyun içinde oyun, en önemli oyun içinde oyun ise steroidlerinizi nerede saklayacağınız. Size bir başka örnek daha vereyim.

Size daha iktisadi bir örnek vereyim – bunun iktisadi bir ders olması gerekiyor. İki firma olduğunu hayal edin ve bu iki firma araştırma geliştirme ile uğraşıyorlar. Ve yeni

bir ürün geliştirmeye çalışıyorlar ve bu yeni ürünü piyasaya sürecekler. Ama bu piyasanın yapısı şöyle – belki de bu bir şebeke ürünüdür – piyasanın doğası gereği sadece tek bir ürün başarılı olabilir. Yani sadece bir standart olacaktır, diyelim ki bir bilgisayar programı veya bir teknoloji standardı ve sadece birisi hayatta kalacak. Problem şu henüz ürününüzü mükemmelleştirmediniz. Eğer ürününüzü çok erken piyasaya sürerseniz işe yaramayabilir ve müşteriler sizi bir daha asla inanmazlar. Ama çok geç sürerseniz, diğer taraf çoktan sürmüş ve piyasaya tutunmuş olur ve siz ezilir gidirsiniz.

Yani bu oyun – ürün lansmanı ile ilgili oyun – bir düello gibi, tek farkı sünger yerine ürün lanse ediyorsunuz. Doğru mu? Şimdi tüm bu oyunların ortak bir özelliği var ve bu bizim için yeni bir özellik. Bu stratejik kararın doğasıyla ilgili. Şimdiye kadar derste bakmış olduğumuz oyunların çoğunda karar şu formdaydı: nerede konuşlanmalıyım, ne kadar yapmalıyım, fiyatı ne koymalıyım, aday olmalı mıyım olmamalı mıyım? Burada stratejik karar ne yapmalıyım şeklinde değil. Hangi şekilde? Ne zaman. Süngeri *ne zaman* atacağım şeklinde. Ne yapmanız gerektiğini tam olarak biliyoruz. Süngeri atacaksınız. Bu sorudaki stratejik taraf ne zaman olduğudur. Yani buradaki konu zamanlama.

Bunu analiz etmek için biraz notasyona ihtiyacım var ve şimdi bu notasyonu yazayım. Yani özellikle, şu notasyonu kullanmak istiyorum  $P_i[d]$ , ne olarak?  $P_i[d]$  şu olsun Oyuncu  $i$   $d$  mesafesinden atış yaparsa  $i$ 'nin vurma ihtimali. Yani  $P_i[d]$  Oyuncu  $i$ 'nin  $d$  mesafesinden atış yaptığında vurma olasılığıdır. Herkes bundan memnun mu? Bu bugün kullanacağım tek notasyon. Ve bu olasılığın doğası hakkında bazı varsayımlar yapacağım. Bu varsayımlardan iki tanesi oldukça masum. Hadi bir şekil çizelim. Şekil şöyle görünecek. İşte bir grafik ve yatay eksene  $d$ 'yi koyacağım. Bu iki oyuncu arasındaki mesafedir. Ve dikey eksene  $P$  yani olasılığı koyacağım,  $P_r$  olasılıktır.

Yani burada aralarındaki mesafe 0 ve aradaki mesafe 0'ken vurma olasılığı hakkında bir varsayım yapacağım. Akla uygun varsayım nedir? Eğer aranızda mesafe yoksa birini süngerle vurmanızın olasılığı nedir? 1, tamam, katılıyorum, yani 1. Yani yapacağım ilk varsayım bu, eğer birbirlerine yapışık duruyorlarsa 1 olasılık ile vuracaklar. Şimdi yapacağım ikinci varsayım şu: siz uzaklaştıkça bu olasılık düşer. Tam olarak böyle görünmek zorunda değil ama bunun gibi bir şey. Bununda sanırım – Bu da mantıklı bir varsayım mı? Aranızdaki mesafe uzadıkça vurma olasılığı azalır. Şimdi bu iki oyuncunun eşit becerilere sahip olduklarını varsaymayacağım.

Örneğin, bilmem ki, onlara sormadım ama futbol oyuncularımızdan birisi oyun kurucu (quarterback) ve diğeri savunmacı (linebacker) veya geri koşucusu (running back) olabilir. Ve oyun kurucunun büyük olasılıkla daha düzgün atıcı olduğunu varsayıyorum, doğru mu? Yani ikisinin de aynı derecede iyi olduklarını varsaymıyorum yani becerileri şöyle görünebilir. Bu  $P_1[d]$  olabilirdi ve bu da  $P_2[d]$  olabilirdi. Herkes tamam mı? Peki, bunu bağırarak yanıtlayın, bu şekilde, kim daha iyi atıcı ve kim daha kötü atıcı? İyi olan atıcı hangisi? 1 daha iyi atıcı çünkü her



mesafede eğer Oyuncu 1 atsaydı, çizildiği şekilde Oyuncu 1'in vurma olasılığı Oyuncu 2'nin vurma olasılığından daha yüksektir.

Şimdi, bunu varsaymak zorunda bile değilim. Burada hatta bu olasılıklar çapraz gelebilir. Buradaki eğriler keşişebilir. Yan Oyuncu 1 kısa mesafelerde daha iyi olabilir, ama Oyuncu 2 uzak mesafelerde daha iyi olabilir. Bu normal. Bugün böyle olduğunu varsayacağız ama bunu kullanmayacağım. Bundan kurtulabilirim. Çizildiği gibi Oyuncu 1 daha iyi bir atıcı. Şimdi fark yaratan bir varsayım daha yapacağım ve bu gerçekten kritik bir varsayım. Bu varsayımı yapacağım çünkü bugünlük matematiği basit kılacak. Zaten yapmamız gereken yeterince matematik var. Ben bu becerilerin bilindiğini varsayacağım. Varsayacağım şey şu sizin sadece her mesafede kendinizin vurma olasılığınızı değil. Sizin her mesafede rakibinizin sizi vurma olasılığını da bildiğinizi varsayacağım.

Şimdi bir saniye buna bakalım. Tahtada bira notasyon var, hadi bundan bahsedelim biraz. Burada ne olacağını düşünüyoruz? Bu belirli örnekte iyi bir atıcımız var ve kötü bir atıcımız var. Kimin ilk atışı yapacağını düşünüyoruz? Hadi birilerini davetsiz almaya çalışalım. Siz bayım isminiz nedir?

**Öğrenci:** Frank.

**Profesör Ben Polak:** Frank, sence hangisi önce atış yapacak, iyi atıcı mı kötü atıcı mı?

**Öğrenci:** iyi atıcı ama aynı zamanda ilk kimin adım atacağına bağlı.

**Profesör Ben Polak:** Tamam, diyelim ki Oyuncu 1 ilk adımı atacak.

**Öğrenci:** Oyuncu 1.

**Profesör Ben Polak:** Yani Frank Oyuncu 1'in daha iyi atıcı olduğundan dolayı ilk atış yapan olacağını düşünüyor. Bakalım, sizin isminiz nedir?

**Öğrenci:** Nick.

**Profesör Ben Polak:** Nick, sence kim ilk önce atış yapacak?

**Öğrenci:** Bence Oyuncu 2 ilk atışı yapacak.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, hadi nedenini konuşalım. Neden Oyuncu 1'in ilk atış yapan olacağını düşündün? Hadi bir anket yapalım. Kaçınız iyi atıcının ilk olarak atış yapacağını düşünüyor? Kaçınız kötü atıcının ilk atış yapan olacağını düşünüyor? Kaçınız korkak tavuk gibi çekimser kalıyor? Bayağı çok, tamam. Peki, neden iyi atıcının ilk atışı yapacağını düşünüyoruz?

**Öğrenci:** Aynı mesafede, onun vurma olasılığı daha yüksek.

**Profesör Ben Polak:** Çünkü vurma ihtimali daha iyi, ama neden sen kötü atıcının ilk atışı yapacağını düşündün?

**Öğrenci:** Çünkü biliyor ki eğer Oyuncu 1 çok yaklaşırsa zaten kazanacak, bu yüzden Oyuncu 1'den önce şansını denemesi iyi olabilir.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, tamam yani burada iki argüman var, birinci argüman belki de iyi atıcı ilk atışı yapacaktır çünkü netice itibariyle onun vurma ihtimali daha yüksektir. Ve diğer argüman şöyle diyor, belki de kötü atıcı ilk atışı yapar, ne için? İyi atıcının onu vurmasını engellemek için Ama şimdi daha karmaşık hale getirdik, çünkü sonuçta eğer siz daha iyi atıcıysanız ve kötü atıcının belki de erken davranıp sizin onu vurmanızı engellemek için atış yapmaya çalışacağını düşünürseniz, o zaman kötü atıcının sizi engellemek için atış yapmasını engellemek için atış yapmak isteyebilirsiniz. Ve eğer siz kötü atıcıysanız belki siz erken atış yapmayı deneyebilirsiniz, belki daha da erken, iyi atıcının kötü atıcının iyi atıcıyı engellemek için atış yapmasını engellemesini engellemek için vesaire.

Açık olan şu ki bu oyun engelleme (pre-empt) ile çok alakalı. Burada engelleme büyük bir fikir, ama ben kimin ilk atışı yapacağını çok açık olmadığını ileri sürüyorum, iyi atıcı veya kötü atıcı. Doğru mu? Yani şu çekimser kalanlar tekrar ellerini kaldırırlar. Önceden çekimser kalanlar, bu çekimser kalmak için oldukça mantıklı bir zaman gibi görünüyor. Burada kimim ilk atışı yapacağı bana hiç açık gelmiyor. İnsanlar en azından bunun zor bir problem olduğuna ikna oldular mı? Evet veya hayır, ikna oldunuz mu? Evet, güzel. Bu zor bir problem. Yapmak istediğim şey, sınıf olarak, bir grup olarak yapmamızı istediğim şey bu problemi çözmek ve sadece kimin ilk atışı yaptığını çözmek istemiyorum tam olarak ne zaman ateş edeceklerini çözmek istiyorum.

Önümüzdeki yarım saatte bunu yapacağız ve bunu sınıfça yapacağız, yani bunu siz yapacaksınız. Bu problemi esasen çivileyeceğiz ve bunu yapmak için iki çeşit argüman kullanacağız. Bir çeşit argüman ilk dersimizde öğrenmiş olduğumuz bir argüman ve bu baskınlık argümanı ve ikinci argüman daha yakın zamanda kullandığımız bir argüman ve bu ne çeşit bir argümandı? Nedir? Geriye dönük çıkarım. Yani baskınlık argümanlarını ve geriye dönük çıkarımı kullanacağız ve sadece iyi atıcının mı veya kötü atıcının mı ilk ateş eden olacağını değil, ama tam olarak kimin ne zaman ateş edeceğini bulacağız. Şeklimizi hazır turalım, bundan kurtulalım, sanırım bunu indirebiliriz. Şekli hala görebiliyor musunuz?

Pekâlâ, hadi bu argümanla devam edelim. Bu argümanı yapmak için, ilk önce ben bazı nitelikleri saptamak istiyorum. İki nitelik ortaya çıkarmak istiyorum ve birinci niteliğe şöyle diyeceğiz: Nitelik A. Daha önceki iki oyuncumuza geri dönelim. Aslında belki de oyuncularımızı buraya almak daha faydalı olabilir. İlk iki oyuncumuzu

aksesuar olarak alabilir miyim? Arkadaşlar sizleri sahneye alabilir miyim? Onlar gelene kadar – pardon arkadaşlar, bugün biraz sizi suistimal ediyorum. Umuyorum yasal izin belgenizi imzalamışsınızdır. Neden sizler biraz şöyle oturmuyorsunuz, ben de sizi aksesuar olarak kullanayım.

Şimdi bu iki arkadaşın hala süngerleri olduğunu farz edin. Hadi bunu ayarlayalım. Diyelim ki Chevy'nin süngeri hala duruyor ve Patrick'in süngeri hala duruyor. Ve varsayalım Chevy'nin sırası ve diyelim ki Chevy süngerini fırlatıp fırlatmamaya karar vermeye çalışıyor. Her birinize birer mikrofon vereyim ilerideki referanslar için. Yani Chevy süngerini atıp atmamaya karar vermeye çalışıyor. Şimdi farz edelim Chevy biliyor ki Patrick ona sıra geldiğinde atış yapmayacak. Yani Chevy Patrick'e sıra geldiği bir sonraki etapta atış yapmadığını bilerek kendisi atış yapıp yapmamaya karar vermeye çalışıyor. Chevy ne yapmalıdır? Chevy ne yapmalısın?

**Öğrenci:** Adım atmalıyım.

**Profesör Ben Polak:** Adım atmalı, bu doğru. Neden adım atmalı? Argüman nedir? Neden adım atmalı? Hadi bulalım: argüman nedir?

**Öğrenci:** Çünkü ben bir adım daha yaklaşmış olurum ve bir dahaki sefere aynı seçimi yapma fırsatım olur.

**Profesör Ben Polak:** Güzel, mikrofonu kendine doğru tut. Şimdi sen bir rock yıldızısın. Tamam, güzel, doğruyu söylüyor, beklemeli, neden beklemeli? Çünkü bir dahaki sefer daha yakın olacak. Yani ilk nitelik şu: henüz hiç kimsenin atış yapmadığını varsayarak, eğer Oyuncu i (diyelim ki d mesafesinde) j'nin atış yapmayacağını biliyorsa – buna yarın diyeyim ve yarın daha yakın olacakssa, d-1 mesafesinde olacakssa, o zaman Chevy haklı olarak durur, bugün atış yapmamalıdır. Yine, argümanı hatırlayın, argüman şu yarından sonra daha iyi bir atış, daha yakından bir atış yapabileceksiniz.

Şimdi işleri tersine çevirelim. Tam tersi, diyelim ki -- bir kez daha Chevy'i seçelim – Chevy'nin süngeri var. Hiç kimse henüz atış yapmadı ve diyelim ki Chevy Patrick'in yarın atış yapacağını biliyor. Şimdi Chevy ne yapmalı? Bu daha zor bir karar. Chevy ne yapmalı? Patrick'in yarın atış yapacağını biliyor. Ne yapmalı? Atış yapmalı mı yoksa ne, bu kez yanıt ne? Sen ne düşünüyorsun?

**Öğrenci:** Değişir.

**Profesör Ben Polak:** Değişir. Sanırım bu doğru yanıt: değişir. Güzel, yani soru şu – bir başkası, ben hep bu arkadaşları seçmek istemiyorum – bu neye göre değişir? Değişir olduğu doğru. Neye bağlı olarak değişir?

**Öğrenci:** Eğer diğerinin şansı %50'den az veya fazlaysa.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, yani diğer tarafın şansının %50'den az veya fazla olmasına bağlıdır. Kesinlikle benim becerime ve diğerinin becerisine bağlıdır. Bu herkes için net mi? Herkes şunda hemfikir, eğer yarın diğerinin atış yapacağını biliyorsam benim şimdi atış yapıp yapmayacağım bizim becerilerimize bağlıdır, ama tam olarak becerilerimize nasıl bağlıdır?

**Öğrenci:** Şuna bağlıdır: eğer sizin vurma olasılığınız onun ıskalama olasılığından büyükse.

**Profesör Ben Polak:** Güzel, sizin isminiz?

**Öğrenci:** Osmont.

**Profesör Ben Polak:** Osmont. Osmont şunu diyor – hadi burada dikkatli olalım: bu şuna bağlı benim şimdi atış yaparsam vurma olasılığım onun yarın ıskalama olasılığından büyükse. Ve neden bu doğru karşılaştırmadır? Bu doğru olan karşılaştırma çünkü eğer şimdi atış yaparsam benim oyunu kazanma olasılığım benim rakibimi vurma olasılığımdır. Eğer bekler ve ileri bir adım atarsam, o zaman benim oyunu kazanma olasılığım rakibin yarın beni ıskalama olasılığıdır. Yani ben kazanan olasılıklarla kazanan olasılıkları karşılaştırmalıyım: ben elmalarla elmaları karşılaştırmalıyım, elmalarla portakalları değil.

Herkes bunu görüyor mu? Tamam, hadi bunu yazalım. Yani aynı varsayım: hiç kimsenin atış yapmadığını varsayarak, eğer(d'de) i yarın j'nin (d-1'de) atış yapacağını biliyorsa, o zaman i atış yapar eğer ki – burada boşluğa ihtiyacım var – eğer onun d'deki vurma olasılığı – ve burada boşluk bırakmama izin verin – büyüktür eşittir j'nin yarın ıskalama olasılığına. Çünkü bu eğer atış yaparsan kazanma olasılığın ve bu da beklersen kazanmanın olasılığı. Tamam, hadi bu şeyleri yerlerine koyalım. Yani d mesafesinde i'nin vurma olasılığı, bu zor değil, bu  $P_i[d]$  – herkes memnun mu bundan? Eğer j yarın atış yaparsa ıskalama olasılığı nedir? J'nin ıskalama olasılığı nedir? Birileri? Hadi dikkatli olalım, bu  $1-P_j$  –ama hangi mesafede olacaklar – d-1: yani bu  $(1-P_j[d-1])$ .

Yani bu anahtar kural, eğer Chevy yarın Patrick'in atış yapacağını biliyorsa o zaman Chevy eğer vurma olasılığı  $P_i[d]$  Patrick'in ıskalama olasılığı  $(1-P_j[d-1])$  den büyükse atış yapmalıdır. Şimdi bir parça matematik yapmak istiyorum. Bu ispattaki tek matematik bu. Yani matematik fobisi olan herkes, biliyorum ki böyle pek çok kişi var, sandalyelerinize yapışabilir misiniz? Panik yapmayın: birazcık matematik geliyor. İşte matematik bu eşitsizliğin iki tarafına da  $P_j[d-1]$  eklemek istiyorum. İşte bu, peki bu bana ne anlatıyor? Eğer bu tarafa  $P_j[d-1]$  eklersem +  $P_j[d-1]$  olur herkes dundan memnun mu? Diğer tarafta eğer  $P_j[d-1]$  eklersem sadece 1 elde ederim. Herkes memnun mu?

İşte bizim kuralımız, kuralımız şu, hadi bunu döndürelim, eğer Patrick henüz atış yapmamışsa ve Chevy'nin yarın atış yapacağını düşünüyorsa o zaman Patrick şimdi atış yapmalıdır eğer onun şimdi vurma olasılığı artı Chevy'nin yarın vurma olasılığı 1'den büyükse. Hadi buna \* diyelim ve bu şeyleri yukarıda ileride kullanabileceğimiz bir yerlere koyalım. Üzgünün arkadaşlar, bir dakika sonra yine sizi kullanacağım. Biliyorum orada kendinizi utangaç hissediyorsunuz. İnanın bana, orada ben de sıkılgan hissediyorum. Hadi bu yukarıdaki \* eşitsizliğine bakalım. Şimdi ta burada, \* eşitsizliği tutuyor mu? Tutmuyor çünkü burada bu iki olasılık küçük, yani toplamı 1'den küçük. Şurada, \* eşitsizliği tutuyor mu tutmuyor mu? Mikrofonunuza bağırın.

**Öğrenci:** Tutuyor.

**Profesör Ben Polak:** Tutuyor, teşekkürler, tamam. Yani burada eşitsizlik tutuyor: toplam 1'den büyük ve ta burada 1'den küçük. Eğer buradaki adımların hepsini yerine koyarsak – burada gittikçe birbirlerine yaklaşıyorlar. İşte adımlar bunlar birbirlerine yaklaştıkça. Bu adımları yerine koyarız. Arada bu \* eşitsizliğinin ilk kez tuttuğu bir adım gelecek. Fark ederseniz ta burada başlıyorlar, gittikçe yaklaşıyorlar, tutmuyor, tutmuyor, tutmuyor, tutmuyor, tutmuyor, tutmuyor ve birden tutacak. Belki şuralarda bir yerde. Hadi bunu seçmeye çalışalım, belki de burada. Yani bu \* eşitsizliğinin tuttuğu il an olabilir, hadi buna d\* diyelim.

Herkes d\*'ın ne olduğunu anladı mı? D\* in sağında kalan her adımda  $P_i[d] + P_j[d-1]$  toplamını yaptığımızda 1'den daha az bir şey buluruz. Ama d\*'ın soluna doğru veya d\*'dan daha yakinken – oyun bu yöne doğru gidiyor çünkü sağdan sola gidiyor, gittikçe yaklaşıyorlar – d\*'ın soluna doğru olasılıkların toplamı 1'den büyük oluyor. Tekrar söyleyelim d\* bu olasılıkların toplamının 1'i geçtiği ilk adım. Herkes d\* ne olduğunu anladı mı? Bana soru sormak isteyen var mı? Tamam, insanlar bunun hakkında soru sormakta serbest olmalılar, herkesin takip edebildiğinden emin olmalıyım. Herkes şu ana kadar takip edebildi mi? Evet? Hepinizin gözlerini görmeliyim. Pazartesi günkü gibi farlara tutulmuş görünmüyorsunuz. Sanırım Pazartesi olduğumuzdan daha iyi durumdayız. Güzel, tamam.

Tamam, işte şeklimiz ve aslında biraz daha yer istiyorum – çok fazla yerim olmayacak. Şimdi size çözümü anlatacağım. Bu oyunun çözümü şu. Ben ilk atışın d\*'da gerçekleşeceğini iddia ediyorum. Yani bu benim iddiam. D\*'a gelinceye kadar kimse atış yapmamalı ve her kimiz sırası ise – d\*'da Chevy'nin sırası veya Patrick'in sırası olabilir – o kişi atış yapmalıdır. Bu benim iddiam ve kanıtlayacağımız şey bu. Her kes iddiayı anladı mı? Şunu diyor: kimse ateş etmez, kimse ateş etmez, kimse ateş etmez, kimse ateş etmez, kimse ateş etmez, ateş. Hadi bunu kanıtlayalım, herkes kanıtlamaya hazır mı?

Evet, insanlar uyanık olmalı. Eğer komşunuz uyanık değilse, sıkıca dürtün. Güzel, pekâlâ, hadi bu analize buradan çok uzaklardan başlayalım. Bu arkadaşlar birbirinden çok uzaktalar ve onları aksesuar olarak kullanmak istiyorum. Bu

adamlarım var – Patrick sen olduğun yerde kal ve Chevy buraya bir yerlere, o siyah çizginin olduğu yere. Belki bundan daha uzaktalar. Gerçekten çok uzaktalar. Ve burada millerce uzaktalar ve diyelim ki Chevy'nin sırası. Ta burada: belki de oyunun ilk adımı. Çok daha uzak olduğunu hayal edin çünkü bundan daha uzaktı ve Chevy'nin kafasından geçenleri düşünelim. Kafasından iki şey geçiyor olabilir. Patrick'in ne yapacağını düşünecek. Yani bu Chevy'nin sırası. İşte burada. Ve şöyle düşünmeli: yarın, Patrick'in sırası gelecek ve iki ihtimal var.

Bir ihtimal şu yarın Patrick atış yapmayacak. Ve eğer yarın Patrick'in atış yapmayacağını düşünüyorsak, Chevy hangi niteliği kullanmalı? Nitelik A'yı mı yoksa nitelik B'yi mi? Chevy hangi niteliği kullanmalısın?

**Öğrenci:** Nitelik A.

**Profesör Ben Polak:** Nitelik A, tamam. Yani nitelik A'yı kullanarak, atış yapmamalı. Alternatif olarak, Patrick'in yarın atış yapacağını düşünebilir, doğru mu? Yarın Patrick'in ateş edeceğini düşünüyor olabilir. Eğer yarın Patrick'in ateş edeceğini düşünürse hangi niteliği kullanmalı? B. Nitelik B'yi kullanmalı, bu durumda şu yukarıdaki eşitsizliğe bakıp şöyle der, eğer şimdi benim vurma olasılığım artı yarın Patrick'in vurma olasılığı 1'den büyükse ateş ederim. Hadi bir bakalım.

Bu Patrick'in bugün vurma olasılığı ve bu Chevy'nin – pardon – bu Chevy'nin bugün vurma olasılığı ve bu da Patrick'in yarın vurma olasılığı. Ve toplamları 1'den fazla mı değil mi? 1'den büyük mü değil mi? 1'den büyük değil. Yani Chevy ne yapmalı? Adım atmalı. Yani adım atar. Şimdi sıra Patrick'te ve bir kez daha bu mesafenin çok uzak olduğunu hayal edin ve Patrick'in düşünebileceği 2 şey var. Patrick yarın Chevy'nin atış yapmayacağını düşünebilir. İşte Patrick burada, yarınki Chevy'ye bakıyor ve yarın Chevy'nin ateş etmeyeceğini düşünüyor olabilir. Eğer yarın Chevy'nin atış yapmayacağını düşünürse hangi niteliği kullanmalı?

**Öğrenci:** A.

**Profesör Ben Polak:** Nitelik A'yı seçmeli, tamam. Eğer nitelik A'yı kullanıyorsa atış yapmamalı. Alternatif olarak, yarın Chevy'nin atış yapacağını düşünebilir bu durumda nitelik B'yi kullanır ve ne yapar? Kendi olasılığına, Patrick'in bugün vurma olasılığı artı yarın Chevy'nin vurma olasılığı, bu toplamın 1'den büyük olup olmadığını sorar ve yanıtı hayır olur. Yani burada ateş etmek yok ve fark ettiyseniz bu argümanların her ikisi de baskınlık argümanı. Her durumda, Chevy yarın Patrick'in yarın atış yapacağını düşünsün veya düşünmesin, her iki durumda da bugün ateş etmemeye karar kıldı. Yani ileri doğru bir adım attı.

Bu argüman devam eder. Bir sonraki sıra Chevy'ye ait olacak ve bir kez daha bu iki ihtimale bakacak. Eğer yarın Patrick'in atış yapmayacağını düşünüyorsa, adım atmak ister, eğer yarın Patrick'in atış yapacağını düşünürse, bu şekilde çizildiği gibi yine

adım atmak isteyecek. Ve bir kez daha adım atmaya karar kılacaktır. Bu argümanı yapmaya devam edeceğiz ve her durumda bu baskınlık argümanının işin içine girdiğini herkes görüyor. Her durumda benim sizin yarın ateş edip etmeyeceğiniz düşünmem bir şeyi değiştirmeyecek, benim ileri adım atmam gerektiği ortaya çıkacak: ister Nitelik A isterse Nitelik B uygulansın. Yani ileriye doğru gitmeye devam edeceğiz ve şunu elde edeceğiz: ateş etme, ateş etme, ateş etme, ateş etme, ateş etme, ateş etme ve d\*\*a geleceğiz.

Öyle oluyor ki bu d\*\*da sıra yine Chevy'nin oluyor. D\*\*da tam olarak aynı akıl yürütmeyi uygulamaya çalışırız. D\*\*da o şöyle der, eğer yarın Patrick'in atış yapmayacağını düşünüyorsam ben ne yapmalıyım? Eğer yarın Patrick'in atış yapmayacağını düşünürsem ben ne yapmalıyım?

**Öğrenci:** Ateş etme.

**Profesör Ben Polak:** Ateş etme. Ama şimdi farklı bir şey meydana geliyor. Şimdi diyor ki, eğer ben yarın Patrick'in ateş edeceğini düşünürsem o zaman bu yukarıdaki eşitsizliğime bakarım, benim \* eşitsizliğime ve bugün benim vurma olasılığım—buradaki çizgi – artı Patrick'in yarın vurma olasılığı – buradaki çizgi – toplarım, aniden bu toplamın 1'den büyük olduğunu bulur. Yani şimdi eğer Chevy Patrick'in yarın atış yapacağını düşünürse, Chevy ne yapmalıdır? Ateş etmelidir. Yani bu noktaya kadar, baskınlık argümanı bize kimsenin ateş etmemesi gerektiğini söylemişti, ama birden bir ikilem ortaya çıktı. İkilem şu: eğer Chevy Patrick'in ateş etmeyeceğini düşünürse, adım atmalı ve eğer Chevy Patrick'in ateş edeceğini düşünürse, ateş etmeli.

Herkes benimle mi buraya kadar? Şimdiye kadar ne gösterdik? Gösterdik ki d\*\*a kadar kimse ateş etmemeli ama burada tıkanık çünkü d\*\*da ne yapacağımızı bilmiyoruz çünkü d\*\*da Chevy'nin neye inanması gerektiğini bilmiyoruz. Şunu bilmiyoruz Chevy Patrick'in yarın ateşe edeceğine inanmalı mı veya Chevy yarın Patrick'in ateş etmeyeceğine mi inanmalı. Peki Chevy'nin Patrick'in ne yapacağı hakkında neye inanması gerektiğini nasıl bulacağız? Bekleyin, şuradaki turunculu arkadaş uyardırın, şu zencefil saçlı olanı, evet. Bu sorunun cevabı nedir? Güzel, bunun yanıtı geriye dönük çıkarım.

Yanıtı hatırladığı için bir alkış alalım. Güzel, geriye dönük çıkarım tüm soruların yanıtı, özellikle de uyuyakalmışsanız, değil mi? Tamam, yani şimdi geriye dönük çıkarım kullanacağız, ama burada geriye dönük çıkarım nerede başlıyor? Geriye dönük çıkarım oyunun arkasından başlar ve buradaki oyunun arkası neresidir? Oyunun arkası neresi? Bu iki arkadaşın ikisi de süngerlerini fırlatmamışken ve buraya ulaşmışken. Buraya gelin bir dakika, adım, adım. Diyelim ki Patrick'in sırası ve saçma denecek kadar yakınlar, rahatsızlık verecek kadar yakınlar. Eğer daha uzun burunları olsaydı birbirine değerd. Sıfır mesafedeler. Ve 0 mesafede,  $d = 0$ 'da diyelim ki Patrick'in sırası. Yani  $d = 0$ , hiç kimse ateş etmemiş, Patrick'in sırası, onun süngeri var, Patrick ne yapmalı? Bağırarak söyle Patrick.

**Öğrenci:** Ateş etmeliyim.

**Profesör Ben Polak:** Ateş etmelisin. Patrick ateş etmeli değil mi?  $D = 0$ 'da, diyelim ki 2'nin sırası ve yanıt şu ateş etmeli çünkü 0 mesafede vurmanın olasılığı 1. Seni biraz kenara alalım da insanlar tahtayı görebilsinler. Biliyorum bu tuhaf bir dans ama işte buradasın – orada dur: bu iyi. Yani 0 mesafede kesinlikle ateş etmeliler. Yani şimdi geriye dönük çıkarımda bir adım geri gidelim. Yani 1 mesafedeyiz, sadece bir adım geri at. Geri adım at, mesafe 1'de sıra Chevy'de. Ve mesafe 1'de Chevy ne biliyor? Chevy ne biliyorsun? Bağırarak söyle.

**Öğrenci:** Bir sonraki sırada Patrick ateş edecek.

**Profesör Ben Polak:** Doğru, yani şimdi Chevy yarın Patrick'in ateş edeceğini biliyor. Yani bugün ateş edip etmemeye karar verirken Chevy hangi niteliği kullanmalı? B. Nitelik B'yi kullanmalı ve bu bize şunu söyler – yani 1 yarın 2'nin ateş edeceğini biliyor, yani B dolayısıyla, eğer mesafe 1'de kendi vurma olasılığı artı Patrick'in sıfır mesafede vurma olasılığı birden büyükse 1 ateş etmelidir. Peki bu 1'den büyük mü? Hadi bir bakalım.

Burada zaten bir atışımız olmuştu, buraya bir atış koyduk ve mesafe 1'e bakıyoruz. Ve yani buradaki mesafe artı buradaki mesafeye bakıyoruz. Bu 1'den büyük mü? Evet, 1'den büyük. İşte biraz daha matematik. Daha önce yalan söylemiştim size. 1'e bir şey eklersek 1'den büyük olur. Yani bu 1'den büyüktür. Yani ateş et. Bunu şeklimize ateş et olarak koyalım. Hadi bir adım daha geri gidelim – pardon – geri gitmeyi hep Chevy'ye yaptırmak zorundayım. Şimdi hangi mesafedeyiz? Mesafe 2'deyiz,  $d = 2$ 'deyiz ve Patrick'in sırası ve Patrick ne biliyor? Bağırarak söyle Patrick.

**Öğrenci:** Bir sonraki sırada Chevy'nin ateş edeceğini biliyorum.

**Profesör Ben Polak:** Patrick bir sonraki sırada Chevy'nin ateş edeceğini biliyor, yani Patrick hangi niteliği kullanmalı? Nitelik B. Ve Nitelik B ona ateş etmesini söylüyor – hadi sadece bunu yazalım. Yani 2 biliyor ki 1 yarın ateş edecek, yani B dolayısıyla aynı şey. Biliyoruz ki eğer  $P_2[2] + P_1[1]$  1'den büyükse 2 ateş etmeli ve buna tahtada bakarsak – işte buradayız – 2'nin sırası, bu mesafe artı bu mesafeye bakıyor ve 1'den büyük mü? 1'den büyük. Yani ateş etmeli. Ve bu argümanı geriye doğru yapmaya devam edebiliriz. Burada Chevy'nin ateş etmesi gerektiğini buluruz çünkü bu artı bu 1'den büyüktür. Ve biliriz ki burada Patrick bir kez daha yarın Chevy'nin ateş edeceğini bilecek, yani Nitelik B'yi kullanmalı, yani bu artı bu 1'den büyük olduğu takdirde ateş etmeli, ama öyle.

Şimdi  $d^*$ 'a geri geldik ve  $d^*$ 'daki sorumuz şuydu –  $d^*$ 'da yanıtlamadan bıraktığımız soru neydi?  $D^*$ 'da Patrick'in yarın ateş etmeyeceğini düşünürse Chevy'nin ateş etmeyeceğini, ama eğer Patrick'in yarın ateş edeceğini düşünürse ateş etmesi gerektiğini zaten biliyorduk ama  $d^*$ 'da Chevy ne biliyor?



**Öğrenci:** Patrick'in ateş edeceğini biliyorum.

**Profesör Ben Polak:** Patrick'in ateş edeceğini biliyor, yani ateş etmeli. Doğru mu? Geriye dönük çıkarım ile Patrick'in ateş edeceğini biliyor yani ateş etmeli. Yani bunu çözmüş olduk. Aslında neyi gösterdik? Şunu gösterdik, oturun beyler – sizi burada tuttuğum için üzgünüm – biliyoruz ki d\*\*dan önce hiç kimse ateş etmeyecek – atış olmayacak – ve biliyoruz ki d\*\*da ve esasen ondan sonraki her noktada ateş etmeliyiz. Bu berbat bir yazım oldu ama ateş et diyor. Yani iddia ettiğimizden daha fazlasını göstermiş olduk. İlk atışın d\*\*da gerçekleşeceğini öne sürmüştük ve aslında bundan fazlasını göstermiş olduk: şunu göstermiş olduk d\*\*ın ötesine geçerseniz bile ve birileri d\*\*da ateş etmeyi unutmuş olsa bile, en azından siz şimdi ateş etmelisiniz.

Bana 2 dakika veya 3 dakika daha zaman verin bunu bitirmek için çünkü yüksek bir noktadayız şimdi. Herkes birkaç dakika beklemeye razı mı? Tamam, burada neyi ispatladık? İlk atışın d\*\*da olacağını ispatladık d\*\*da sıra her kimde olursa olsun. Burada en iyi olanın, iyi atıcının ilk atışı yapması lazım veya kötü atıcının ilk atışı yapması lazım diye bir şey yok. Öyle oldu ki, onların becerilerine göre atış yapmaları gereken kritik bir mesafe ortaya çıktı. Eğer on sekizinci yüzyıl askeri stratejisine geri giderseniz, onların gözlerindeki beyazı görünce atış yapmalısınız, bu da d\*\*da. Ama bu yolda bir başka şey daha öğrendik.

Şunu ileri sürdüm öğrendik ki eğer sabırlıysanız ve şeylerin üzerinden dikkatli bir şekilde giderseniz, şu ana kadar derste gördüğümüz argümanlar, baskınlık argümanları ve geri dönük çıkarım argümanları, gerçekten oldukça zor bir problemi çözebilir. Bu zordu. Savaş ve Barış'taki adam için veya Onegin'de veya Tour de France'ta bisiklet yarışçıları için veya siz süngerli arkadaşlar için bunu bilmek faydalı olurdu. Ve bunu geri dönük çıkarım ile tam olarak çözebiliriz ve sınıftaki herkes bunu yapabilir. Argümanı birazcık daha zorlamama izin verin. Sınıfta her zaman sorduğumuz bir şey şuydu, tamam herkesin oyunda ne olup bittiğini bilmesi iyidir: burada akıllı Yale futbol oyuncularımız var ve onlar bu oyunu nasıl oynamaları gerektiğini biliyorlar, yani doğru zamanda atış yapacaklar.

Ama eğer bir başka akıllı Yale futbol oyuncusu yerine eğitimsiz, saf bir futbol oyuncusuna karşı, diyelim ki Harvard'dan, oynuyorlarsa ne olur? Şimdi bu bazı şeyleri değiştirir değil mi? Çünkü biz Yale futbol oyuncusunun sofistike olduğunu biliyoruz, benim dersimi almış ve d\*\*da ateş etmesi gerektiğini biliyor, ama Harvard adamı artık pek bir şey öğrenmiyor yani takılıp kalmışlar. Yani eğer siz Harvard'lıya karşı oynayan Yale futbol oyuncusuysanız bu kararınızı nasıl değiştirir? Harvard'lıya karşı oynarken d\*\*den daha erken mi ateş etmelisiniz yoksa Harvard'lıya karşı oynarken d\*\*dan sonra mı ateş etmelisiniz? Hadi bizim Yale adamlarımızı deneyelim ve ne düşündüklerini görelim, ne düşünüyorsunuz Chevy?

**Öğrenci:** Elbette ki daha erken değil.

**Profesör Ben Polak:** Elbette daha erken değil, anahtar olan şey bu değil mi? Şimdi, neden? Neden kesinlikle daha önceden değil?

**Öğrenci:** Çünkü eğer ıskalarsanız, diğer kişinin olasılığı 1'dir, sizin ıskalama ihtimaliniz daha yüksek.

**Profesör Ben Polak:** Pekâlâ, ben Chevy'nin haklı olduğunu ileri sürüyorum. Bu iyi bir şey çünkü az önce Yale futbol oyuncularının sofistike olduklarını öne sürdüm. Chevy haklı, Harvard'lıya karşı oynarken bile d\*\*dan önce ateş etmemelisiniz çünkü d\*\*dan önce ateş etmemek bir dominant stratejiydi. Harvard'ının erken ateş edecek kadar kafasız olup olmadığını düşünmenizin bir önemi yok. Eğer erken ateş edecek kadar budalaysa, daha da iyi. Siz d\*\*a kadar beklemelisiniz. Fark ettiyseniz bu argüman sizin sofistike birine karşı oynamanıza bağlı değil veya daha az sofistike birine karşı, bir Harvard futbol oyuncusu gibi, veya esasen odun gibi olan birine karşı, tıpkı bir Harvard futbol oyuncusu gibi. Siz d\*\*dan önce ateş etmemelisiniz, çünkü d\*\*dan önce ateş etmemek dominant strateji.

Şimdi, biraz bekleyip ateş edip etmeyeceklerini görmek isteyebilirsiniz, ateş etmeyeceğini görmek isteyebilirsiniz, ama siz kesinlikle erken ateş etmemelisiniz. Bir başka şeyle bitirmeme izin verin. Bu oyunu sınıfta oynadığımız her seferinde, ister burada isterse İşletmecilik Okulunda, insanlar erken atış yapıyorlar. İskalıyorlar. Bunun ekonometrisine bakabilirsiniz, bunu ortalama olarak bulabilirsiniz – ortalama beceriler – ben bazen iyi atıcılarla bazen de kötü atıcılarla karşılaşıyorum – Büyük bir örnekte ortalama olarak insanların en azından yarısının vurduğunu görmeliyim. Ama burada genelde insanların, bugün olduğu gibi, hemen hemen her zaman ıskaladıklarını görüyorum. Neden bu kadar fazla ıska görüyoruz?

Yani bir problem şu olabilir, insanlar aşırı kendine güvenli. Kendilerinin atış becerilerine aşırı güveniyorlar. Ve insanların nasıl kendine aşırı güvenli olma eğiliminde buldukları üzerine büyük bir ekonomi yazını var. Ama başka olası bir açıklama daha var ve izin verirseniz bunu günün son konusu olarak sizinle paylaşayım. Sanırım Amerikalılar – bu İngilizler için geçerli değil – Amerikalılarda benim şöyle isimlendirdiğim “inisiyatif alma eğilimi” (pro-active bias) var. Sizler yuvadan itibaren böyle yetiştirildiniz – belki de daha önceden- ve size inisiyatif almanız söylendi. Siz “dünyanın size gelmesini” sağlamalısınız. Ve benim buna dair kanıtım Spor Merkezi seyrederek yaptığım sofistike ampirik çalışmaya dayanıyor. Spor Merkezinde oyun sonunda terli sporcularla yapılan röportajlarda, terli sporcular şöyle söylüyorlar, bu harika şimdi ben kendi kaderimi kontrol ediyorum.

Ben bir İngiliz'im. Kendi kaderimi kontrol etme fikri bana ürkütücü geliyor, bu hiç de iyi bir şeymiş gibi gelmiyor kulağa. Esasen, eğer ben kendi kaderimi kontrol etmek isteseydim, evlenmiş olmazdım. Burası filmde ayıklanacak, ama ortaya koymak istediğim nokta şu. Bu oyunu oynadığımız her zaman, insanlara neden erken atış yaptıklarını sorduğumda hep aynı şeyi duyuyorum ve bu da inisiyatif alma eğilimi.



İnsanlar, en azından savaşarak düştüm diyorlar ve problem řu: hayattaki amaç savaşarak düşmek değildir, düşmemektir.

Yani bundan çıkarılacak bir ders řu, bazen beklemek iyi bir stratejidir. Pekâlâ, Pazartesi günü buna geri döneceğiz.

[transkript sonu]